

Aufgabe 47

Gegeben sind eine Polynomfunktion f und zwei Stammfunktionen F und G von f , sowie eine positive reelle Zahl k . Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an.

$F + G$ ist eine Stammfunktion von f .	☐
Es gilt $F - G = c$, wobei c eine reelle Zahl ist.	☐
Der Graph von F entsteht durch Verschieben des Graphen von G entlang der y-Achse.	☐
$F + G$ ist eine Stammfunktion von $2 \cdot f$.	☐
Es gilt: $x \cdot f(x) = F(X)$	☐

Lösungen:

$F + G$ ist eine Stammfunktion von f .	☐
Es gilt $F - G = c$, wobei c eine reelle Zahl ist.	☒
Der Graph von F entsteht durch Verschieben des Graphen von G entlang der y-Achse.	☒
$F + G$ ist eine Stammfunktion von $2 \cdot f$.	☒
Es gilt: $x \cdot f(x) = F(x)$	☐

Begründung der Antworten:

Aussage 1: Falsch

$$F(x) = \int f(x) dx + c_1$$

$$G(x) = \int f(x) dx + c_2$$

$$F(x) + G(x) = \underbrace{\int f(x) dx + c_1}_{= F(x)} + \underbrace{\int f(x) dx + c_2}_{= G(x)} = 2 \int f(x) dx + c$$

Aussage 2: Richtig

$$F(x) = \int f(x) dx + c_1$$

$$G(x) = \int f(x) dx + c_2$$

$$F(x) - G(x) = \underbrace{\int f(x) dx + c_1}_{= F(x)} - \underbrace{\int f(x) dx + c_2}_{= G(x)} = c_1 - c_2$$

Aussage 3: Richtig

Wegen der Richtigkeit von Aussage 2 gilt:

$$F(x) - G(x) = c \Rightarrow F(x) = G(x) + c$$

Der Graph von $F(x)$ ergibt sich aus dem Graphen von $G(x)$ durch Addition einer Konstanten c . Dies entspricht einer Verschiebung des Graphen von $G(x)$ entlang der y-Achse.

Aussage 4: Richtig

$$F(x) + G(x) = \underbrace{\int f(x) dx + c_1}_{= F(x)} + \underbrace{\int f(x) dx + c_2}_{= G(x)} = 2 \int f(x) dx + c = \int 2 \cdot f(x) dx + c$$

Aussage 5: Falsch

Wenn $x \cdot f(x) = F(x)$ gelten soll, dann muss auch gelten:

$$\begin{aligned} (x \cdot f(x))' &= F'(x) \\ x \cdot f'(x) + f(x) &= f(x) \\ x \cdot f'(x) &= 0 \end{aligned}$$

Die letzte Aussage ist nur dann richtig, wenn für alle x gilt: $f'(x) = 0$. Das ist nur dann der Fall, wenn $f(x)$ eine konstante Funktion ist.