

**Aufgabe 104**

Gegeben sind die Funktion  $f$  und das Intervall  $[a; b]$ . Bestimme den Flächeninhalt, den der Graph von  $f$  im gegebenen Intervall mit der x-Achse einschließt.

a)  $f(x) = -2x + 4$   $[0; 4]$

b)  $f(x) = -6x + 2$   $[-1; 3]$

c)  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 2x - 8)$   $[0-3; 2]$

e)  $f(x) = x^3 - 36x$   $[-7; 0]$

**Lösungen:**

**Ad a)**

Berechnung der Nullstelle:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x + 4 &= 0 \\ -2x &= -4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Berechnung des Flächeninhalts:

$$\begin{aligned} A &= \left| \int_0^2 (-2x + 4) dx \right| + \left| \int_2^4 (-2x + 4) dx \right| = \\ &= \left| -x^2 + 4x \Big|_0^2 \right| + \left| -x^2 + 4x \Big|_2^4 \right| = \\ &= \left| -2^2 + 4 \cdot 2 \right| + \left| -4^2 + 4 \cdot 4 + 2^2 - 4 \cdot 2 \right| = \\ &= 4 + |-4| = \\ &= \mathbf{8} \end{aligned}$$

**b)**

Bestimmung der Nullstellen:

$$\begin{aligned} -6x + 2 &= 0 \\ -6x &= -2 \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A[-1; 3] &= \left| \int_{-1}^{\frac{1}{3}} -6x + 2 dx \right| + \left| \int_{\frac{1}{3}}^3 -6x + 2 dx \right| = \\ &= \frac{16}{3} + \frac{64}{3} = \\ &= \frac{\mathbf{80}}{3} \end{aligned}$$

**Ad c)**

Berechnung des Flächeninhalts:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \cdot \left| \int_{-2}^3 (x^2 - 2x - 8) dx \right| &= \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x \right|_{-2}^3 &= \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{3^3}{3} - 3^2 - 8 \cdot 3 - \left( \frac{(-2)^3}{3} - (-2)^2 - 8 \cdot (-2) \right) \right| &= \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left| -24 - \frac{28}{3} \right| &= \\
 &= 16\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

**Ad e)**

Berechnung der Nullstellen:

$$\left. \begin{aligned}
 f(x) &= 0 \\
 x^3 - 36x &= 0 \\
 x \cdot (x^2 - 36) &= 0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_2 = 0$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 36 &= 0 \\
 x^2 &= 36 \\
 x_1 &= -6 \\
 x_3 &= 6
 \end{aligned}$$

Berechnung des Flächeninhalts:

$$\begin{aligned}
 A &= \left| \int_{-7}^{-6} (x^3 - 36x) dx \right| + \left| \int_{-6}^0 (x^3 - 36x) dx \right| && = \\
 &= \left| \frac{x^4}{4} - 18x^2 \right|_{-7}^{-6} + \left| \frac{x^4}{4} - 18x^2 \right|_{-6}^0 && = \\
 &= \left| \frac{(-6)^4}{4} - 18 \cdot (-6)^2 - \left( \frac{(-7)^4}{4} - 18 \cdot (-7)^2 \right) \right| + \left| \left( \frac{(-6)^4}{4} - 18 \cdot (-6)^2 \right) \right| && = \\
 &= |-324 + 281,75| + |324| && = \\
 &= \mathbf{366,25}
 \end{aligned}$$