

Aufgabe 149

Der Innenraum eines h cm großen Gefäßes besitzt in jeder Höhe z eine annähernd rechteckige Querschnittsfläche. Die Breite des Gefäßes in der Höhe $h(z)$ ist durch $b(z)$ gegeben. Die Länge ist am Boden a cm und am oberen Rand c cm und sie nimmt linear zu. Berechne das Volumen des Innenraums.

a) $b(z) = \frac{6}{25}z + 15; \quad h = 50; \quad a = 15; \quad c = 30$

Lösungen:

Ad a)

Berechnung der Funktion $l(z)$ für die Länge l in Abhängigkeit von der Höhe z

$$l = k \cdot z + d$$

Es gilt:

$$l(0) = 15 \Rightarrow d = 15$$

$$l(50) = 30 \Rightarrow k = \frac{30 - 15}{50} = 0,3$$

$$l(z) = 0,3 \cdot z + 15$$

Berechnung des Volumens:

$$\begin{aligned} V(0; 15) &= \int_0^{50} A(z) dz &= \\ &= \int_0^{50} b(z) \cdot l(z) dz &= \\ &= \int_0^{50} (0,24z + 15) \cdot (0,3z + 15) dz &= \\ &= \int_0^{50} (0,07z^2 + 8,1z + 225) dz &= \\ &= 0,02\bar{3}z^3 + 4,05z^2 + 225z \Big|_0^{50} &= \\ &= 0,02\bar{3} \cdot 50^3 + 4,05 \cdot 50^2 + 225 \cdot 50 &= \\ &= 24375 \text{ cm}^3 &= \end{aligned}$$