

### Aufgabe 151

Die horizontale Querschnittsfläche einer Parfümflasche ist rechteckig. Die Länge am unteren Ende der Flasche ist 8 cm, die Breite 4 cm.

Am oberen Ende ist die Länge 2 cm und die Breite 1 cm (der Verschluss wird vernachlässigt). Berechne, wie viel ml Parfüm in diese Flasche passen, wenn angenommen wird, dass die Länge und die Breite linear abnehmen und die Parfümflasche 15 cm hoch ist.

**Lösungen:**

Das gesuchte Volumen ergibt sich als Summe aller Querschnittsflächen für  $z \in [0; 15]$

$$V(0; 15) = \int_0^{15} A(z) dz$$

Weil die Länge und die Breite der Querschnittsflächen von der Höhe  $z$  abhängt, gilt für die Querschnittsfläche in Abhängigkeit von der Höhe  $z$  :

$$A(z) = l(z) \cdot b(z)$$

Bestimmung der Funktion  $l(z)$  :

$$\begin{aligned} l(0) &= 8 \Rightarrow d = 8 \\ l(15) &= 2 \Rightarrow k = \frac{2-8}{15} = -0,4 \end{aligned}$$

$$l(z) = -0,4z + 8$$

Bestimmung der Funktion  $b(z)$  :

$$\begin{aligned} b(0) &= 4 \Rightarrow d = 4 \\ b(15) &= 1 \Rightarrow k = \frac{1-4}{15} = -0,2 \end{aligned}$$

$$b(z) = -0,2z + 4$$

Berechnung des Volumens:

$$\begin{aligned}V(0; 15) &= \int_0^{15} A(z) dz && = \\&= \int_0^{15} l(z) \cdot b(z) dz && = \\&= \int_0^{15} (-0,4z + 8) \cdot (-0,2z + 4) dz && = \\&= \int_0^{15} 0,08z^2 - 3,2z + 32 dz && = \\&= 0,02\bar{6}z^3 - 1,6z^2 + 32z \Big|_0^{15} && = \\&= \mathbf{210 \text{ ml}}\end{aligned}$$