

**Aufgabe 188**

Ein Experimentierwagen wird durch ein zusammengedrückte Feder aus der Ruhe beschleunigt und von der ausgedehnten Feder wieder abgebremst. Seine Geschwindigkeit  $t$  Sekunden nach dem Start wird durch die Funktion  $v$  mit  $v(t) = -4t^3 + 12t^2$  ( $v(t)$  in m/s,  $t$  in Sekunden) modelliert.

- Berechne die Länge des Weges, den der Wagen bis zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit zurücklegt.
- Bestimme den Zeitpunkt, an dem der Wagen die maximale Beschleunigung erreicht und berechne, welchen Weg er bis dahin zurückgelegt.
- $a$  (in  $\text{m/s}^2$ ) ist die Zeit-Beschleunigungsfunktion des Wagens. Interpretiere den Wert des Integrals  $\int_0^3 a(t) dt$  in diesem Kontext.

**Lösungen:**

**Ad a)** Bestimmung des Zeitpunkts, zu dem der Wagen die Maximalgeschwindigkeit erreicht. In diesem Zeitpunkt muss gelten:  $v'(t) = a(t) = 0$

$$\begin{aligned} a(t) &= (-4t^3 + 12t^2)' = \\ &= -12t^2 + 24t = 0 \\ &= t \cdot (-12t + 24) = 0 \\ &= t_1 = 0 \\ &= t_2 = 2 \end{aligned}$$

Nach **2 Sekunden** erreicht der Wagen seine Höchstgeschwindigkeit.

Berechnung des Weges:

$$s(a, b) = \int_a^b v(t) dt = \int_a^b (-4t^3 + 12t^2) dt = -t^4 + 4t^3 \Big|_a^b$$

$$s(0, 2) = -2^4 + 4 \cdot 2^3 = 16 \text{ m}$$

**Ad b)**

Die Beschleunigung erreicht ihren maximalen Wert, wenn  $a'(t) = 0 \wedge a''(t) < 0$

$$\begin{aligned} v'(t) &= a(t) = -12t^2 + 24t \\ v''(t) &= a'(t) = -24t + 24 \end{aligned}$$

$$a'(t) = 0 \Rightarrow t = 1$$

Zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt  $t = 1$  :

$$s(0, 1) = -1^4 + 4 \cdot 1^3 = 3 \text{ m}$$

**Ad c)**

Der Ausdruck  $\int_0^3 a(t) dt$  gibt die Änderung der Geschwindigkeit in den ersten drei Sekunden an.

Da dieser Ausdruck den Wert null hat, bedeutet dies, dass der Wagen nach drei Sekunden zum Stillstand kommt.