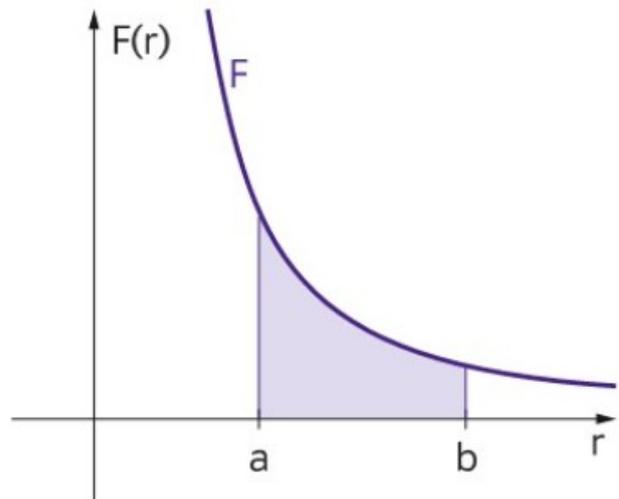


**Aufgabe 197**

Die Gravitationskraft  $F(r)$  gibt die gegenseitige Anziehungskraft an, mit welcher sich die Erde und ein Körper im Abstand  $r$  anziehen.

$$F(r) = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Dabei bezeichnet  $F$  die Gravitationskraft in Newton,  $r$  den Abstand vom Erdmittelpunkt in Meter (Erdradius = 6370 km),  $M$  die Masse der Erde in Kilogramm ( $M = 5,97 \cdot 10^{24}$  kg),  $m$  die Masse des Körpers in Kilogramm und  $G$  die Gravitationskonstante ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ).



- Bestimme die Arbeit, die notwendig ist, um einen Körper mit der Masse 100 kg von der Erdoberfläche aus 10 km hoch zu heben.
- Interpretiere den Wert der eingezeichneten Fläche A im Kontext.
- Bestimme eine integralfreie Formel, mit der man die Arbeit  $W$  berechnen kann, um einen Körper mit der Masse  $m$  von der Erdoberfläche aus  $x$  Meter hoch zu heben.

**Lösungen:**

**Ad a)**

$$\begin{aligned}
 W[6378000; 6378000 + 10000] &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 100 \cdot \int_{6378000}^{6388000} \frac{1}{r^2} dr = \\
 &= -3,98199 \cdot 10^{16} \cdot \frac{1}{r} \Big|_{6378000}^{6388000} = \\
 &= -3,98199 \cdot 10^{16} \cdot \left( \frac{1}{6388000} - \frac{1}{6378000} \right) = \\
 &= \mathbf{9,7735 \cdot 10^6 J = 9,7735 MJ}
 \end{aligned}$$

**Ad b)**

Die eingezeichnete Fläche entspricht der Arbeit, die verrichtet werden muss, um den Körper von einer Höhe  $a$  (bezogen auf den Erdmittelpunkt) in eine Höhe  $b$  zu bringen.

**Ad c)**

$$\begin{aligned}
 W[6378000; 6378000 + x] &= G \cdot M \cdot m \cdot \int_{6378000}^{6378000 + x} \frac{1}{r^2} dr = \\
 &= -G \cdot M \cdot m \cdot \frac{1}{r} \Big|_{6378000}^{6378000 + x} = \\
 &= -G \cdot M \cdot m \cdot \left( \frac{1}{6378000 + r} - \frac{1}{6378000} \right) = \\
 &= \mathbf{G \cdot M \cdot m \cdot \left( \frac{1}{6378000} - \frac{1}{6378000 + x} \right)}
 \end{aligned}$$