

Aufgabe 218

Die Querschnittsfläche eines Zelts ist in jeder Höhe z ein Quadrat mit der Seitenlänge

$a(z) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{z} + 2$. Berechne das Volumen des Körpers. (Maße in Meter)

Lösungen:

Berechnung der Höhe des Zelts:

In der Höhe h des Zelts ist die Seitenlänge $a(h) = 0$:

$$\begin{aligned}a(h) &= 0 \\ -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{h} + 2 &= 0 \\ -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{h} &= -2 \\ \sqrt{h} &= 4 \\ \mathbf{h} &= \mathbf{16}\end{aligned}$$

Berechnung des Volumens:

$$\begin{aligned}V &= \int_0^{16} \left(-\frac{1}{2} \sqrt{z} + 2 \right)^2 dz = \\ &= \int_0^{16} \frac{1}{4} z - 2\sqrt{z} + 4 dz = \\ &= \left. \frac{1}{8} z^2 - \frac{4}{3} z^{\frac{3}{2}} + 4z \right|_0^{16} = \\ &= \frac{1}{8} \cdot 16^2 - \frac{4}{3} \cdot 16^{\frac{3}{2}} + 4 \cdot 16 = \\ &= \frac{32}{3} m = 10, \bar{6} m\end{aligned}$$