Aufgabe 88

Ein Hubschrauber steigt senkrecht vom Boden auf. Die Geschwindigkeit v des Hubschraubers (in m/s) zum Zeitpunkt t (in Sekunden) ist durch $v(t) = -\frac{1}{120}t^2 + \frac{5}{12}t$ gegeben.

1) Berechne jenen Zeitpunkt, zu dem der Hubschrauber am schnellsten steigt.

2) Berechne jenen Zeitpunkt, zu dem der Hubschrauber seinen höchsten Punkt erreicht hat.

3) Berechne, wie viele Meter der Hubschrauber beim höchsten Punkt über dem Boden ist.

Lösungen:

Ad 1) gesucht ist die maximale Geschwindigkeit, d.h. die Extremstelle von $v(t)$, an dieser Stelle ist die Beschleunigung $a(t) = v'(t) = 0$

$$\begin{aligned} a(t) = v'(t) &= -\frac{1}{60}t + \frac{5}{12} = 0 \\ \frac{5}{12} &= \frac{1}{60}t \\ \frac{5}{12} \cdot 60 &= t \\ \boldsymbol{t} &= \mathbf{25\,s} \end{aligned}$$

ad 2) im höchsten Punkt ist $v(t) = 0$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{120}t^2 + \frac{5}{12}t &= 0 \\ -t \cdot \left(\frac{1}{120}t - \frac{5}{12}\right) &= 0 \\ \boldsymbol{t_1} &= \mathbf{0} \\ \boldsymbol{t_2} &= \mathbf{50}\,s \end{aligned}$$

ad 3)

$$\boldsymbol{s[0;\,50]} = \int_0^{50} \left(-\frac{1}{120}t^2 + \frac{5}{12}t\right) dt = \left(-\frac{t^3}{360} + \frac{5}{24}t^2\right)\Bigg|_0^{50} = \mathbf{173{,}6111}$$